Pedagogical Cluster- Journal of Pedagogical Developments
PCJPD: Volume 1, Issue 2, December 2023, online: ISSN 2956-896X

PEDAGOGICAL CLUSTER
JOURNAL OF PEDAGOGICAL DEVELOPMENTS

Website: https://euroasianjournals.org/index.php/pc/index

Relationship Between the Cartesian Coordinate System and the Spherical Coordinate System

Bozorova O'giloy Hikmat kizi
Teacher of Chirchik State Pedagogical University

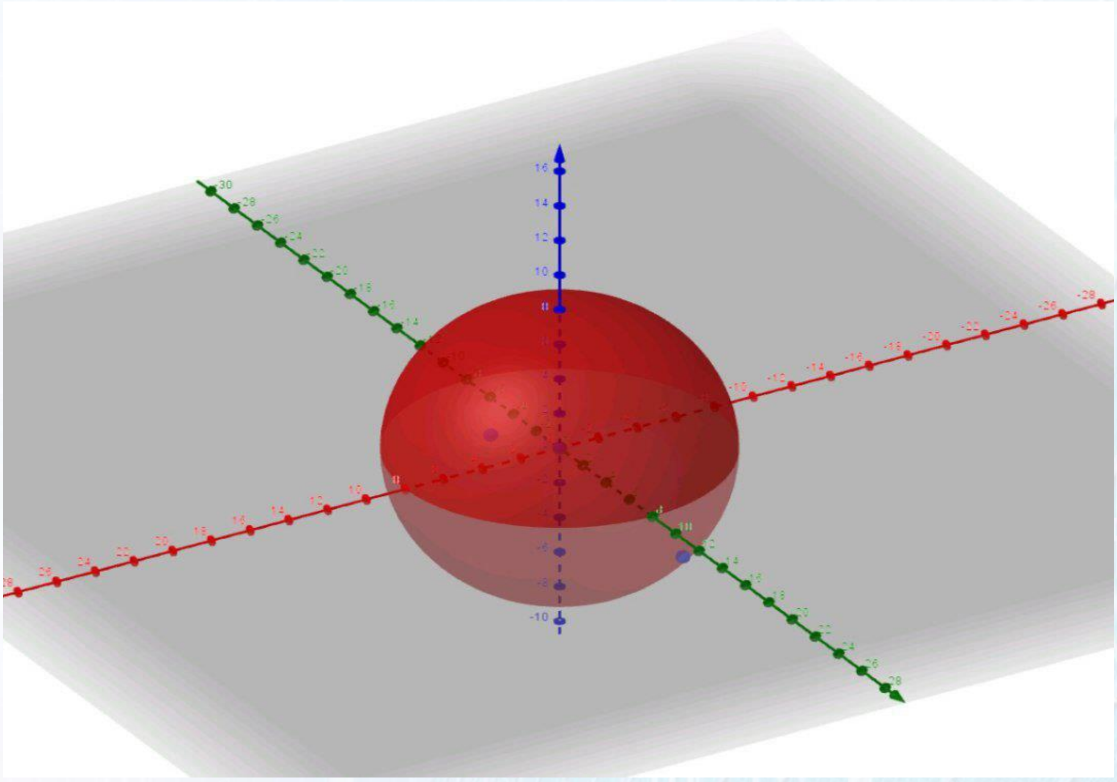
Dekart Koordinatalari Sistemasi Va Sferik Koordinatali Sistemasi Orasidagi Bog‘lanish

Bozorova O’g’iloy Hikmat qizi
Chirchiq davlat pedagogika universiteti o‘qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada sferik koordinatalar sistemasining ayrim qo‘llanishlari bayon etilgan. Xususan, sfera tenglamasi, koordinata tekisliklari tenglamalari keltirilgan, hamda uch karrali integralni hisoblashda sferik koordinatalardan foydalanishga oid misol yechib ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar: Dekart koordinatalar, sferik koordinatalar, sfera, uch karrali integral.

Fazoda $Oxyz$ dekart koordinatalari sistemasi kiritilgan bo‘lsin. Markazi koordinatalar boshida (ya’ni O nuqtada) bo‘lgan R radiusli sferani qaraylik.



Ma’lumki, bu sferaning nuqtalari

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

tenglama bilan aniqlanadi. Sferadagi biror (ixiyoriy ravishda tanlangan) A nuqtaning Oxy tekisligiga proyeksiyasi A' nuqta bo‘lsin. OA' Kesma Ox o‘qi bilan φ burchak hosil qilsin. OA va OA' kesmalar orasidagi burchak esa ψ bo‘lsin. U holda chizmadan A nuqtaning x_A, y_A va z_A koordinatalari va R_A, φ_A, ψ_A kattaliklar orasida

$$x_A = R_A \cos\varphi_A \cos\psi_A,$$
$$y_A = R_A \sin\varphi_A \cos\psi_A,$$
$$z_A = R_A \sin\psi_A$$

bog‘lanishlar mavjudligini ko‘rish mumkin. sin va cos funksiyalar davriy bo‘lganligi uchun bu bog‘lanishlar o‘zaro bir qiymat bo‘la olmaydi. O‘zaro bir qiymatlilikni saqlash maqsadida

$$0 \leq \varphi < 2\pi,$$

$$-\frac{\pi}{2} \le \psi \le \frac{\pi}{2}$$

cheklovlar kiritiladi. A nuqta ixtiyoriy ekanligidan qaralayotgan sferadagi har qanday (x, y, z) koordinatali nuqta

$$x = R\, cos\varphi\, sin\psi$$
$$y = R\, sin\varphi\, cos\psi$$
$$z = R\, sin\psi$$
$$0 \le \varphi < 2\pi,$$
$$-\frac{\pi}{2} \le \psi \le \frac{\pi}{2}$$

munosabatlarni qanoatlantiradi.

Hosil qilingan $\{O, R, \varphi, \psi\}$ sistema fazodagi sferik koordinatalari sistemasi deyiladi. Bunda yuqoridagi munosabatlar sferik koordinatalar R, φ, ψ dan Dekart koordinatalar x, y, z ga oʻtish formulalari deb yuritiladi.

$\{O, R, \varphi, \psi\}$ koordinatalar sfera orqali kiritilgani uchun sferik koordinatalar sistemasi deb yuritiladi.

Boshqacha izoh: Fazoda tayinlangan O nuqta va $R > 0$ kattalik oʻzgarmasa φ va ψ kattaliklar qabul qilishi mumkin bo’lgan barcha qiymatlarni qabul qilganda hosil boʻlgan nuqtalar toʻplami fazodagi sferani beradi.

Shuni alohida takidlash joizki, $R = 0$ boʻlganda φ va ψ kattaliklarning har qanday qiymatida ham yagona O nuqta hosil boʻlaveradi. Shuning uchun odatda $R > 0$ qiymatlar qaraladi.

Endi $Oxyz$ fazodagi koordinatalar bilan berilgan nuqtaning R, φ, ψ sferik koordinatalarini topamiz. Chizmada koʻrinadiki,

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$
$$\varphi = arccos\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \text{ yoki } \varphi = arcsin\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$
$$\psi = arcsin\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \text{ yoki } \psi = arccos\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

(2) munosabatlar dekart koordinatali sistemasidan sferik koordinatalar sistemasiga oʻtish formulalari deb yuritiladi.

Ayrim fazoviy figuralarning sferik koordinatalar sistemasidagi tenglamalarni keltiramiz.

1. Markazi koordinatalar boshida bo‘lgan, radiusi R_0 ga teng sfera tenglamasi:

$$R = R_0$$

2. $x = 0$ tekislik (ya’ni, Oxz koordinatalar tekisligi) tenglamasi:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \qquad \psi = \frac{3\pi}{2}$$

3. $y = 0$ tekislik tenglamasi (ya’ni Oxz koordinata tekisligi) tenglamasi:
4. $z = 0$ tekislik (ya’ni Oxy koordinata tekisligi) tenglamasi:

$$\psi = \frac{\pi}{2}$$

Endi sferik koordinatalar sistemasining uch karrali integrallarni hisoblashdagi tatbig‘ini ko‘rsatamiz. Buning uchun

$$\iiint_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz = \iiint f(R\cos\varphi\cos\psi, R\sin\varphi\cos\psi, R\sin\psi)\left|J\right|dRd\varphi d\psi$$

formuladan foydalaniladi. Bu yerda J Yakobian deb ataluvchiushbu determinantdan iborat:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial R} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial x}{\partial \psi} \\ \frac{\partial y}{\partial R} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial \psi} \\ \frac{\partial z}{\partial R} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} & \frac{\partial z}{\partial \psi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\varphi\cos\psi & -R\sin\varphi\cos\psi & -R\cos\varphi\sin\psi \\ \sin\varphi\cos\psi & R\cos\varphi\cos\psi & -R\sin\varphi\sin\psi \\ \sin\psi & 0 & R\cos\psi \end{vmatrix} =$$

$$= R^2\cos^2\varphi\cos^3\psi + R^2\sin^2\varphi\sin^2\psi\cos\psi + R^2\cos^2\varphi\sin^2\psi\cos\psi +$$

$$+R^2\sin^2\varphi\cos^3\psi = R^2\cos^3\psi + R^2\sin^2\psi\cos\psi = R^2\cos\psi$$

Demak,

$$\iiint_{\Omega} f(x,y,z)dxdydz = \iiint f(R\cos\varphi\cos\psi, R\sin\varphi\cos\psi, R\sin\psi)R^2\cos\psi dRd\varphi d\psi$$

Misol.

$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dxdydz$ uch karrali integralni $\Omega: x^2+y^2+z^2\leq 1$ shar bo'yicha hisoblang.

Yechish. Avvalo $\begin{array}{l} x = R\cos\varphi\cos\psi \\ y = R\sin\varphi\cos\psi \\ z = R\sin\psi \end{array}$ tengliklar qo'llab,

$$(x^2+y^2+z^2)=R^2\cos^2\varphi\cos^2\psi+R^2\sin^2\varphi\cos^2\psi+R^2\sin^2\psi=$$

$$=R^2\cos^2\psi+R^2\sin^2\psi=R^2$$

Ekanligini topamiz. Keyin Ω sharning sferik koordinatalar sistemasidagi ifodasini yozib olamiz, bunda shar radiusi 1 ekanligini e'tiborga olamiz:

$$0\leq R\leq 1,$$
$$0\leq\varphi<2\pi,$$
$$-\frac{\pi}{2}\leq\psi\leq\frac{\pi}{2}$$

Shuning uchun

$$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dxdydz=\iiint\limits_{\Omega}R^2R^2\cos\psi dRd\varphi d\psi=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos\psi d\psi\int_0^1 R^4dR=$$

$$=2\pi*2*\left.\frac{R^4}{5}\right|_0^1=4\pi*\frac{1}{5}=\frac{4\pi}{5}.$$

hosil bo'ldi

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. А.А. Заитов. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Учебное пособие. – Ташкент: «Zuxra baraka biznes." – 123 с.

2. А. А. Заитов. Элементы дифференциального исчисления. Учебное пособие. – Ташкент: изд-во ТГПУ. – 131 с.
   A. Zaitov, A. Ya. Ishmetov. Matematika 1. O'quv qo'llanma. – Toshkent: "Zuxra baraka biznes" – 225 bet.
3. D. U. Bozarov. (2022). Determinantlar mavzusini mustaqil oqishga doir misollar. *Fizika-matematika fanlari jurnali*, *3*(1).
4. Bozarov D. U. Chiziqli va kvadratik modellashtirish mavzusini mustaqil o'rganishga doir misollar //Eurasian journal of mathematical theory and computer sciences. – 2022. – Т. 2. – №. 6. – С. 24-28.
5. S.X. Sirojiddinov, M. Maqsudov, M.S.Salohiddinov. Kompleks o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasi-T,: O'qituvchi, 1976
6. Sh.T. Maqsudov. Analitik funksiyalar nazariyasidan mashqlar-T.:O'qituvchi,1978
7. I.I.Privalov. Vvedenie v teoriyu funksiy kompleksnogo peremennogo-M.:Nayka,1977
8. A.R.Qutlimurotov. O'.H.Bozorova. Geometrik almashtirishlar-Academic research in educational sciences,2021
9. D. U. Bozarov. Matritsalar mavzusini mustaqil o'zlashtirishga doir misollar //Муғаллим ҳам узликсиз билимлендириў. – 2022. – Т. 3. – №. 3.
10. Qutlimurodov, A. R., & Bozorova, O. H. Q. (2021). Parallel Ko'chirishlar. *Academic research in educational sciences*, *2*(CSPI conference 1), 507-511.